Marek Cieciura

METODY PROBABILISTYCZNE
STATYSTYKA

ZADANIA NA ĆWICZENIA RACHUNKOWE

Ostatnia poprawka
poniedziałek, 8 stycznia 2024

SPIS TREŚCI

W 9 rozdziałach zamieszczono 70 zadań. Będą rozwiązywane na ćwiczeniach w terminach wynikających z harmonogramu zajęć i sylabusa.

Na końcu zajęć z każdego tematu będzie zejściówka składająca się z 3 zadań.

Na początku niektórych zajęć będzie zejściówka dotycząca materiału z wykładów, składająca się z 3 pytań.

Zamieszczone zadania należy wykorzystać przy przygotowywaniu się do zajęć.

1. ZDARZENIA LOSOWE I PRAWDOPODOBIEŃSTWO

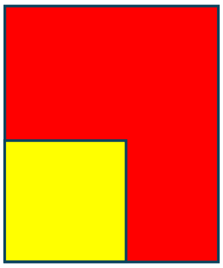
1.1. Ze zbioru liczb całkowitych 1 - 11 wybieramy losowo jedną liczbę. Jakie jest prawdopodobieństwo otrzymania liczby podzielnej przez 3 i przez 2.

1.2. Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na wyrzuceniu w każdym rzucie 6 ramienną kostką symetryczną innej liczby oczek, gdy rzucamy kością 4 razy.

1.3. W lodówce jest 9 jajek świeżych i 3 stare. Wyjęto 2 jajka. Jakie jest prawdopodobieństwo, że jajecznica powstała z dobrych jajek.

1.4. Jakie jest prawdopodobieństwo trafienia 6 w dużego lotka?

1.5. Obliczyć prawdopodobieństwo, że losowo wybrany punkt kwadratu o boku 1 znajdzie się w kwadracie o boku 0.5



1.6. Rozpatrujemy dwa niezależne zdarzenia A i B dla których $P(A)=0.5$ & $P(A \cap B)=0.4$

Obliczyć: $P(B)$, $P(A \cup B)$, $P(A')$, $P(B')$, $P((A \cup B)')$

Sprawdzić poprawność obliczeń z wykorzystaniem kalkulatora 24

1.7. Niech A, B, C oznaczają dowolne zdarzenia w Ω.

C oznacza: zaszło tylko jedno ze zdarzeń A, B

$C = A \Delta B = A \cap B' \cup A' \cap B$

Obliczyć prawdopodobieństwo **P(C)**

1.8. Wybrano losową rodzinę z dwojgiem dzieci. Oblicz prawdopodobieństwo, że wybrano rodzinę z dwoma chłopcami, jeśli młodsze dziecko jest chłopcem.

1.9. Trzy zdarzenia występują z prawdopodobieństwami A1 = 0.1 A2 = 0,2 A3 = 0.7 a zależne od nich zdarzenie B z prawdopodobieństwami P(B/A1) = 0.1 P(B/A2) = 0,4 P(B/A3) = 0.6

Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia B

1.10. Na loterii mamy 40% losów wygrywających, 50% losów przegrywających oraz 10% losów "Graj dalej!" - pozwalających na wyciągnięcie następnego losu. Jakie jest prawdopodobieństwo wygranej?

1.11. Trzy zdarzenia występują z prawdopodobieństwami A_1 = 0.1 A_2 = 0,2 A_3 = 0.7 a zależne od nich zdarzenie B z prawdopodobieństwami $P(B/A_1)$ = 0.1 $P(B/A_2)$ = 0,4 $P(B/A_3)$ = 0.6

Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzeń $P(A_i/B)$

1.12. Rozpatruje się dwa zdarzenia w rzucie kością:

A – wyrzucenie parzystej liczby oczek

B – wyrzucenie co najwyżej 5 oczek

Sprawdzić, czy zdarzenia A i B są zależne.

1.13.

Jakie jest prawdopodobieństwo, że co najmniej dwie osoby w grupie 10, 16 i 32 osób mają urodziny w tym samym dniu

1.14.

Jakie jest prawdopodobieństwo, że wylosowany student będzie miał imieniny w tym samym miesiącu co ja.

Jakie jest prawdopodobieństwo, że jeden z dwóch studentów będzie miał imieniny w tym samym miesiącu co ja.

1.15.

W urnie są losy z numerami od 0 do 9:

- Wygrana – losy z numerami 0, 1, 2, 3
- Przegrana – losy z numerami 4, 5, 6, 7 , 8
- Graj dalej – losy z numerem 9

Na podstawie wylosowanych 100 losów oszacować prawdopodobieństwo wygranej.

2. ZMIENNE LOSOWE

2.1. Zmienna losowa skokowa ma funkcję prawdopodobieństwa określoną w tabeli:

x_i	-3	0	1	5
p_i	0,2	0,1	0,5	0,2

Znaleźć dystrybuantę zmiennej losowej X.

2.2. Dystrybuanta zmiennej losowej X ma postać:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & dla \quad x \leqslant -2 \\ 0,3 & dla \quad -2 < x \leqslant 0 \\ 0,5 & dla \quad 0 < x \leqslant 2 \\ 0,7 & dla \quad 2 < x \leqslant 5 \\ 1 & dla \quad x > 5 \end{cases}$$

Znaleźć funkcję prawdopodobieństwa.

2.3 Obliczyć wartość c, aby funkcja P(X = k) = $\frac{c}{2^k}$ k=1,2,3,… była funkcją prawdopodobieństwa

2.4. Rzucono trzy razy monetą. Niech X oznacza różnicę pomiędzy liczbą orłów, a reszek w tym doświadczeniu.
Wyznaczyć:
a) funkcję prawdopodobieństwa zmiennej losowej X,
b) dystrybuantę zmiennej losowej X,
c) P(-1 ≤ X <3) P(-2 ≤ X < 1) P(-1 ≤ X ≤ 3) P(-1 < X <4)

2. 5 Koszt produkcji jednostki pewnego wyrobu jest zmienną losową ciągłą X o gęstości

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{81}x^3 & dla \quad x \in (0,3) \\ 0 & dla \quad x \notin (0,3) \end{cases}$$

Po sprawdzeniu, że f(x) jest gęstością ($\int_0^3 f(x)\,dx = 1$) obliczyć:

a) dystrybuantę
b) prawdopodobieństwo, że koszt produkcji jednostki tego wyrobu nie przekroczy 1 zł
c) prawdopodobieństwo, że koszt produkcji jednostki tego wyrobu przekroczy 2 zł

2.6. Dla jakiej wartości c funkcja

$$f(x) = \begin{cases} 0 & dla \quad x \leqslant 0 \\ \frac{x^3}{4} & dla \quad 0 < x < c \\ 0 & dla \quad x \geqslant c \end{cases}$$

jest gęstością pewnej zmiennej losowej.

3. PARAMETRY ROZKŁADU ZMIENNYCH LOSOWYCH

3.1. Wyznaczyć analitycznie wartość oczekiwaną, wariancję i odchylenie standardowe liczby oczek wyrzuconych przy jednokrotnym rzucie kostką z 6 ścianami.

Wyznaczyć parametry rozkładu korzystając z odpowiedniego kalkulatora

3.2. Obliczyć wartość oczekiwaną zmiennej losowej równej sumie wyrzuconych oczek przy 500–krotnym rzucie kostką.

3.3. Zmienna losowa X ma rozkład prawdopodobieństwa {(−1,1/3),(0,1/2),(1,1/6)} Obliczyć EX^2

5.4. Obliczyć analitycznie wartość oczekiwaną zmiennej losowej o rozkładzie Bernoulliego z parametrami n=3, p.

5.3. Obliczyć analitycznie wartość oczekiwaną zmiennej losowej o rozkładzie jednostajnym na odcinku (a, b).

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a} & x\in[a,b]\\ 0 & x\notin[a,b]\end{cases}$$

Obliczyć wartość oczekiwaną i wariancję korzystając z odpowiedniego kalkulatora

3.6. Dla zmiennej losowej o funkcji gęstości $\frac{1}{\sqrt{2\Pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$ korzystając z odpowiedniego kalkulatora obliczyć:

Współczynnik asymetrii rozkładu $\gamma = \frac{E(X-m)^3}{\sqrt{E(X-m)^2}^3}$ Współczynnik spłaszczenia kurt $= \frac{E(X-m)^4}{\sqrt{E(X-m)^2}^4} - 3$

3.7. Dla zmiennej losowej o funkcji gęstości $\frac{1}{\sqrt{2\Pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$ sprawdzić, że wartość oczekiwana m jest medianą Me

3.8. Obliczyć parametry rozkładu o funkcji gęstości

$$f(x) = \begin{cases}\lambda e^{-\lambda x} & dla \quad x \geq 0\\ 0 & dla \quad x < 0\end{cases}$$

korzystając z odpowiedniego kalkulatora

4. ROZKŁADY ZMIENNYCH LOSOWYCH

4.1. Obliczyć wartość oczekiwaną, wariancję i odchylenie standardowe liczby oczek wyrzucanych kostką ośmiościenną

4.2. Pięć procent części komputerowych produkowanych przez pewnego producenta jest wadliwych. Jakie jest prawdopodobieństwo, że próba 20 części zawiera więcej niż 3 części wadliwe?

4.3. Kontrola jakości w fabryce produkującej żarówki wykazała, że prawdopodobieństwo wyprodukowania wadliwego wyrobu jest równe 0.1.

Jakie jest prawdopodobieństwo natrafienia ma wadliwą żarówkę w serii 100 wyprodukowanych żarówek.

4.4. Rozkład liczby dni nieobecności studentów na zajęciach obowiązkowych w semestrze określa funkcja prawdopodobieństwa z parametrem $\lambda = 2.5$

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad k = 0,1,2,\dots \quad \lambda > 0$$

Obliczyć prawdopodobieństwo, że student będzie nieobecny w ciągu semestru mniej niż 2 razy. Sprawdzić wyniki korzystając z kalkulatora dla rozkładu Poissona – kalkulator 31

4.4. Dla rozkładu równomiernego w przedziale [10,20] obliczyć analitycznie wartość oczekiwaną

Sprawdzić wynik przy wykorzystaniu kalkulatora, dodatkowo obliczyć wariancję

4.5. Rozkład czasu kompilacji pewnego programu określa gęstość

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot e^{-ax} & \text{dla} \quad x > 0 \\ 0 & \text{dla} \quad x \leq 0 \end{cases} \qquad a=1/5$$

Obliczyć analitycznie prawdopodobieństwo, że kompilacja zostanie przeprowadzona w czasie większym od 3 minut.

Sprawdzić wynik korzystając z kalkulatora obliczającego wartość całek oznaczonych – kalkulator 21

4.6. Załóżmy, że prowadzisz szkolną stołówkę. Średnia liczba klientów to 15 studentów na godzinę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że na pojawienie się klienta będziesz musiał czekać nie dłużej niż 3 minuty?

4.7. Pewien zakład produkcyjny zatrudnia 100 pracowników, których staż pracy w latach jest zgodny z rozkładem normalnym N(10, 5). Obliczyć analitycznie i z wykorzystaniem stosownego kalkulatora ilu pracowników ma staż:

a) Krótszy niż 3 lata (Below poniżej)
b) Dłuższy niż 15 lat (Above powyżej)

4.8. Wzrost pewnej grupy osób opisany jest rozkładem normalnym o wartości oczekiwanej 173 cm i odchyleniu standardowym 6 cm.

a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrana osoba ma więcej niż 181 cm wzrostu?
b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrana osoba ma nie więcej niż 179 cm wzrostu?
c) Jaka jest frakcja osób mających wzrost pomiędzy 167 i 180 cm?
d) Wyznaczyć wartość wzrostu, którego nie przekracza 60% badanej populacji?

Wyniki obliczyć analitycznie i z wykorzystaniem stosownego kalkulatora**.**

4.9. X ma rozkład wykładniczy z parametrem λ = 1

$$f_X(x) = \begin{cases} e^{-x} & dla \quad x \in [0, \infty) \\ 0 & dla \quad x < 0 \end{cases}$$

Znaleźć rozkład $y = e^{-x}$

4.10.

a) Podać w jaki sposób można przekształcić zmienną losową o rozkładzie jednostajnym w przedziale [0;1] w zmienną losową o rozkładzie N(0,1)

b) Podać w jaki sposób można przekształcić zmienną losową o rozkładzie N(0,1) w zmienną losową o rozkładzie N(m,σ)

5. ESTYMACJA PUNKTOWA I PRZEDZIAŁOWA

5.1. Określono kolor oczu 100 osób. Wyniki są dostępne pod adresem: http://cieciura.net/mp/dane/rownomierny2.txt przy oznaczeniach
1.Brązowe
2.Piwne
3.Bursztynowe
4.Zielone
5.Szare
6.Niebieskie
Dokonać analizy uzyskanych wyników i przedstawić ich ilustrację graficzną.

5.2. Określono wykształcenie 100 osób. Wyniki są dostępne pod adresem: http://cieciura.net/mp/dane/rownomierny2.txt przy oznaczeniach
1.Podstawowe
2.Niepełne średnie
3.Średnie
4.Niepełne wyższe
5.Wyższe
6.Podyplomowe
Dokonać analizy uzyskanych wyników i przedstawić ich ilustrację graficzną.

5.3. Zebrano wyniki uzyskiwane w pewnej grze, możliwe wygrane to 1, 2, 3, 4, 5, 6 złotych. Wyniki są dostępne pod adresem: http://cieciura.net/mp/dane/rownomierny2.txt
Dokonać analizy uzyskanych wyników.

5.4. Zmierzono tętno spoczynkowe u 100 osób. Wyniki są dostępne pod adresem: https://cieciura.net/mp/dane/cisnienie1.txt
Dokonać analizy uzyskanych wyników i przedstawić ich ilustrację graficzną.

5.5. Zmierzono wzrost 100 Polaków. Wyniki są dostępne pod adresem: https://cieciura.net/mp/dane/wzrost.txt
Dokonać analizy uzyskanych wyników i przedstawić ich ilustrację graficzną.

5.6. Z populacji mężczyzn studiujących w AEH wylosowano próbę o liczebności 20. W próbie obliczono średni wzrost równy 177 cm i odchylenie standardowe 4,5 cm. Zakładając normalność rozkładu wzrostu obliczyć analitycznie i z wykorzystaniem stosownego kalkulatora przedział, w którym z prawdopodobieństwem $1 - \alpha = 0.95$ znajdzie się przeciętny wzrost studiujących w AEH mężczyzn.

5.7. Obliczyć z wykorzystaniem stosownego kalkulatora przedział ufności dla wartości oczekiwanej, jeżeli: liczność próby = 1000, średnia arytmetyczna = 50 odchylenie standardowe = 10 poziom ufności = 0,95

5.8. Fabryka zakupiła nowy agregat. Wylosowano 500 wyprodukowanych przez ten agregat detali. Okazało się, że 20 z nich nie spełnia normy jakości. Wyznaczyć analitycznie i z wykorzystaniem stosownego kalkulatora 95% przedział ufności dla wadliwości.
5.9. Obliczyć analitycznie i z wykorzystaniem stosownego kalkulatora liczność próby dla oszacowania wartości oczekiwanej z dokładnością = 3 na poziomie ufności 0,95, jeżeli odchylenie standardowe = 7

5.10. Fabryka zakupiła nowy agregat. Wylosowano 500 wyprodukowanych przez ten agregat detali. Okazało się, że 20 z nich nie spełnia normy jakości.

Obliczyć analitycznie i z wykorzystaniem stosownego kalkulatora jak liczbą próbę należałoby pobrać, aby móc oszacować przedziałowo wadliwość nowego agregatu z dokładnością ±1% na poziomie ufności 95%?

6. WERYFIKACJA HIPOTEZ

6.1. Zarejestrowano 50 czasów trwania obliczeń podczas rozwiązywania pewnego problemu http://cieciura.net/mp/dane/9A_1.txt

29.91, 26.56, 32.04, 24.96, 39.22, 31.91, 30.45, 22.88, 31.95, 26.27, 42.39, 33.36, 28.98, 32.49, 32.43, 27.21, 28.51, 24.14, 32, 34.95, 25.78, 34.1, 32, 33.88, 34.78, 25.67, 39.74, 32.86, 29.46, 31.8, 34.86, 28.57, 32.02, 32.7, 24.99, 30.36, 26.19, 41.18, 31.25, 24.78, 32.65, 32.06, 31.62, 37.03, 25.91, 32.07, 27.61, 31.65, 37.67, 22.63

Sprawdzić analitycznie i z wykorzystaniem stosownego kalkulatora , czy nie popełniono błędów podczas pomiarów.

6.2. Zarejestrowano 20 wyników

0.10, 0.22, 0.24, 0.42, 0.37, 0.77, 0.99, 0.96, 0.89, 0.85, 0.28, 0.63, 0.09, 0.10, 0.07, 0.51, 0.02, 0.01, 0.52, 0.07 http://cieciura.net/mp/dane/9A_2.txt

Ocenić ich losowość na poziomie α = 0.05 analitycznie i z pomocą kalkulatora.

6.3. Czy cecha X ma rozkład normalny, jeśli w próbie 20 elementowej otrzymaliśmy wyniki:

21.7, 22.5, 23.1, 23.6, 24.2, 24.5, 24.6, 25.5, 25.7, 25.9, 26.2, 26.4, 27.1, 27.3, 27.3, 27.7, 28.1, 30.4, 30.7, 31.2 http://cieciura.net/mp/dane/9A_3.txt

Sprawdzić normalność rozkładu na poziomie istotności 0,05, przy pomocy testu Shapiro –Wilka, analitycznie i z wykorzystaniem odpowiedniego kalkulatora.

6.4. Dla zweryfikowania czasu obliczeń w iteracyjnym rozwiązywaniu pewnego problemu pobrano próbę o liczności n=50: http://cieciura.net/mp/dane/9_1.txt

29.91, 26.56, 32.04, 24.96, 39.22, 31.91, 30.45, 22.88, 31.95, 26.27, 41.39, 33.36, 28.98, 32.49, 32.43, 27.21, 28.51, 24.14, 32, 34.95, 25.78, 34.1, 32, 33.88, 34.78, 25.67, 39.74, 32.86, 29.46, 31.8, 34.86, 28.57, 32.02, 32.7, 24.99, 30.36, 26.19, 41.18, 31.25, 24.78, 32.65, 32.06, 31.62, 37.03, 25.91, 32.07, 27.61, 31.65, 37.67, 22.63

Przy założeniu podlegania rozkładowi normalnemu, zweryfikować analitycznie i z wykorzystaniem odpowiedniego kalkulatora, hipotezę o wartości oczekiwanej m czasu obliczeń $H0$: $m=32$ względem hipotezy alternatywnej $H1$: $m < 32$ przy poziomie istotności $\alpha=0,05$

6.5 Dokonano 11 niezależnych pomiarów czasu obliczeń pewnego problemu: 50.2, 50.4, 50.6, 50.5, 49.9, 50.0, 50.3, 50.1, 50.0, 49.6, 50.6 http://cieciura.net/mp/dane/9_5.txt

Na poziomie istotności α= 0,05 zweryfikować analitycznie i z wykorzystaniem stosownego kalkulatora, hipotezę, że wariancja czasu obliczeń jest równa 0,04

6.6 W próbie 800 osób uprawnionych do głosowania, 320 osób oświadczyło, że będzie głosować w wyborach na pewną partię. Czy otrzymany wynik jest sprzeczny z przypuszczeniem, że na tą partię może głosować 35% wyborców? Sprawdzić analitycznie i z wykorzystaniem stosownego kalkulatora, odpowiednie hipotezy na poziomie istotności 0,05.

6.7. Dla porównania czasu obliczania wyników pewnego typu zadania za pomocą dwóch programów zarejestrowano dwie próby o licznościach równych odpowiednio 15 i 20, dane: http://cieciura.net/mp/dane/9B1.txt

15, 6.3, 9, 14, 12.3, 11.4, 16.2, 12, 11.5, 14.8, 10.1, 10.8, 11, 12, 10.8

15.4, 12.5, 13.3, 8.9, 13.9, 20.6, 20.7, 14.1, 14.9, 16.6, 10.2, 15.2, 18.6, 15.7, 18.1, 12.6, 4.2, 17.6, 13.7, 14.7

6.8. Dla porównania czasu obliczania wyników pewnego typu zadania za pomocą dwóch programów zarejestrowano dwie próby o licznościach równych odpowiednio 15 i 20, dane: http://cieciura.net/mp/dane/9B2.txt

11.5, 10.1, 11.3, 8.5, 12.1, 13.9, 6.9, 10.8, 11.6, 11.9, 10.2, 10, 5.9, 15.9, 12.9

26.8, 2.7, 10.6, 17.5, 16.2, 16.1, 12.8, 4.1, 10.2, 12.7, 14.4, 13.1, 11.5, 0.8, 3.4, 9.8, 9.6, 15.6, 10.3, 19.5

Porównać czasy obliczania wyników przy poziomie istotności α=0,05

6.9. W pewnej firmie informatycznej przed wprowadzeniem nowej technologii projektowania oprogramowania sprawdzono jej skuteczność przez porównanie czasów projektowania 10 różnorodnych modułów z wykorzystaniem dotychczasowej i nowej technologii, dane: *http://cieciura.net/mp/dane/9B3.txt*

122.5, 108.7, 131.4, 104.2, 95.9, 93.6, 127.3, 125, 82.9, 97.6
103.1,130.4,121.7,122.2,117.5,116.1,109.9,131.1,122.7,104.5

Przy założeniu podlegania rozkładowi normalnemu zweryfikować analitycznie i z wykorzystaniem odpowiedniego kalkulatora, hipotezę o równości wartości oczekiwanych czasów obliczeń względem hipotezy alternatywnej, że czas uległ zmniejszeniu, przy poziomie istotności α=0,05

6.10. Przeprowadzono badanie czasu obliczeń na dwóch komputerach I i II. Otrzymano następujące wyniki (w sek.): *http://cieciura.net/mp/dane/9B4**.txt***

Komputer I: 12, 18, 5, 10, 13, 14, 16, 18, 8, 9, 12, 16, 18, 19, 16 – 15 wyników
Komputer II: 5, 12, 15, 8, 4, 13, 16, 8, 5, 3, 4, 9, 12, 10, 8, 10, 12, 15, 18, 13 - 20 wyników

Przyjmując poziom istotności 0,05, zweryfikować analitycznie i z wykorzystaniem odpowiedniego kalkulatora hipotezę, że czas obliczeń na obu komputerach jest jednakowy wiedząc, że wyniki nie podlegają rozkładowi normalnemu.

6.11. Przeprowadzono badanie czasu obliczeń przed i po modyfikacji programu dla 10 różnych danych. Otrzymano następujące wyniki (w sek.):
http://cieciura.net/mp/dane/9B5.txt
88, 69, 86, 59, 57, 82, 94, 92, 64, 91, 86, 59, 91, 60, 57
75, 68, 76, 55, 53, 83, 85, 86, 68, 85, 77, 58, 90, 58, 59
które nie podlegają rozkładowi normalnemu.

Przyjmując poziom istotności 0,05, zweryfikować analitycznie i z wykorzystaniem odpowiedniego kalkulatora hipotezę, że czas obliczeń przed i po modyfikacji programu są jednakowe.

6.12. Rozwiązać poprzednie zadania korzystając z programu do automatycznego wyboru testów: https://hyptest-euw-appservice-website.azurewebsites.net/ i porównać otrzymane wyniki

7. KORELACJA I REGRESJA

7.1. W celu zbadania zależności pomiędzy wysokością rocznych obrotów w sklepach branży komputerowej, a liczbą zatrudnionych i powierzchnią użytkową sklepu wylosowano niezależnie 7 sklepów tej branży uzyskując następujące dane:

Nr	Nazwa	Dane
1	Roczne obroty	2,4,7,9,12,15,20
2	Liczba zatrudnionych	3,6,9,15,8,12,16
3	Powierzchna użytkowa sklepu	5,9,13,9,17,14,16

http://cieciura.net/mp/dane/korelacja.txt
http://cieciura.net/mp/dane/korelacja.docx

- Obliczyć współczynniki korelacji Pearsona pomiędzy poszczególnymi cechami korzystając z odpowiedniego kalkulatora
- Na poziomie 0.95 obliczyć przedziały ufności dla współczynników korelacji Pearsona pomiędzy poszczególnymi cechami korzystając z odpowiedniego kalkulatora
- Obliczyć p-value dla współczynników korelacji Pearsona pomiędzy poszczególnymi cechami korzystając z odpowiedniego kalkulatora
- Obliczyć współczynniki korelacji Spearmana pomiędzy poszczególnymi cechami korzystając z odpowiedniego kalkulatora
- Obliczyć p-value dla współczynników korelacji Spearmana pomiędzy poszczególnymi cechami korzystając z odpowiedniego kalkulatora

7.2. Dla danych z zadania 7.1.

- obliczyć analitycznie i z wykorzystaniem odpowiedniego kalkulatora równania regresji rocznych obrotów na podstawie:
  a) Liczby zatrudnionych
  b) Powierzchni użytkowej
- Korzystając z odpowiedniego kalkulatora obliczyć na podstawie równań regresji prognozy rocznych obrotów na podstawie
  a) Liczby zatrudnionych
  b) Powierzchni użytkowej
  oraz współczynnik korelacji pomiędzy zarejestrowanymi i prognozowanymi rocznymi obrotami – **współczynnik korelacji wielorakiej**
  Porównać prognozy z uzyskanymi wynikami.
- Obliczyć analitycznie i z wykorzystaniem odpowiedniego kalkulatora prognozę rocznych obrotów w przypadku zatrudnienia 20 osób.
- Wyznaczyć analitycznie współczynnik korelacji cząstkowej pomiędzy 1 i 3 cechami na podstawie współczynników korelacji
- Obliczyć współczynniki korelacji cząstkowej pomiędzy poszczególnymi cechami korzystając z korzystając z odpowiedniego kalkulatora
  Porównać obliczone współczynniki ze współczynnikami Pearsona

7.3. Dla danych z zadania 7.1.

- Obliczyć współczynnik korelacji cząstkowej pomiędzy rocznymi obrotami i powierzchnią użytkową jako współczynnik korelacji Pearsona pomiędzy różnicami zarejestrowanych rocznych obrotów i powierzchnią użytkową oraz prognozowanych na podstawie liczby zatrudnionych.
- Obliczyć nieliniowe równania regresji rocznych obrotów na podstawie liczby zatrudnionych, prognozy rocznych obrotów, współczynniki korelacji wielorakiej oraz dokładność prognozowania (średnia arytmetyczna modułów różnic)

8. OCENA TESTÓW

8.1. Sprawdzano wiedzę 12 studentów wykorzystując test składający się z 11 pytań. Udzielone odpowiedzi przy oznaczeniach 1 – poprawna odpowiedź 0 – błędna są dostępne w pliku:

http://cieciura.net/mp/dane/przykladowy_test.docx

- Ocenić trudność pytań i ich moc różnicującą oraz obliczyć współczynnik 21 Kudera-Richardsona.
- Ocenić łatwość i trudność 1 pytania
- Obliczyć analitycznie współczynnik korelacji punktowo-dwuseryjnej dla pytania 1
- Obliczyć współczynnik korelacji punktowo-dwuseryjnej oraz wartość p-value dla pytania 1 na podstawie oceny prawidłowości odpowiedzi oraz sumarycznych wyników (5 miejsc dziesiętnych)
- Obliczyć współczynnik korelacji punktowo-dwuseryjnej dla pytania 1 na podstawie sumarycznych wyników dla osób z prawidłową i błędną odpowiedzią oraz ocenić jego istotność

8.2. Dla danych z przykładu 8.1.

- Obliczyć współczynnik KR21 na postawie liczby prawidłowych odpowiedzi dla poszczególnych studentów i podać z dokładnością 3 cyfr po przecinku
- Obliczyć średni wynik, wariancję i odchylenie standardowe testu (podać z dokładnością 3 cyfr po przecinku) oraz na tej podstawie współczynnik KR21 – podać z dokładnością 3 cyfr po przecinku
- Ocenić wyniki za pomocą kalkulatora 115 - własny program

9. ZAAWANSOWANE METODY STATYSTYCZNE

9.1. W celu zbadania zależności pomiędzy wysokością obrotów w sklepach branży komputerowej, a liczbą zatrudnionych i powierzchnią użytkową sklepu wylosowano niezależnie 7 sklepów tej branży uzyskując następujące dane:

Nr	Nazwa	Dane
1	Roczne obroty	2,4,7,9,12,15,20
2	Liczba zatrudnionych	3,6,9,15,8,12,16
3	Powierzchna użytkowa sklepu	5,9,13,9,17,14,16

http://cieciura.net/mp/dane/korelacja.txt
http://cieciura.net/mp/dane/korelacja.docx

- Wyznaczyć równanie regresji określające zależność pomiędzy rocznymi obrotami a liczbą zatrudnionych i powierzchnią użytkową.
- Wyznaczyć prognozy rocznych obrotów na podstawie liczby zatrudnionych i powierzchni użytkowej
- Wyznaczyć prognozę rocznych obrotów przy 10 zatrudnionych i powierzchni użytkowej 15
- Wyznaczyć współczynnik korelacji wielorakiej na podstawie wartości prognozowanych
- Wyznaczyć równanie regresji określające zależność pomiędzy rocznymi obrotami a liczbą zatrudnionych i powierzchnią użytkową oraz ich kwadratów i iloczynu.

9.2. Dla danych z zadania 9.1. korzystając z odpowiedniego kalkulatora przeprowadzić analizę czynnikową przy założeniu 2 czynników

9.3. Dla danych z zadania 9.1 korzystając z odpowiedniego kalkulatora przeprowadzić analizę skupień do otrzymania 3 skupień – na podstawie liczby zatrudnionych oraz powierzchni użytkowej, z wykorzystaniem stosownego kalkulatora.

9.4. Wyznaczyć związek ze wspomaganiem stosownymi kalkulatorami, związek pomiędzy:

- ilością wchłoniętego jodu po 48 godzinach od podania porcji testowej i ilością jodu związanego
- ilościami wchłoniętego jodu po 6, 12 i 26 godzinach od podania porcji testowej

w grupie osób wyleczonych

X1. Wchłonięty 48	X2. Związany	Y1. Wchłonięty 6	Y2. Wchłonięty 12	Y3. Wchłonięty 24
25,1	0,20	14,4	14,3	25,8
40,0	0,11	20,1	28,2	39,0
32,1	0,17	24,1	29,1	40,6
16,9	0,12	11,1	15,5	15,0
32,1	0,36	16,3	24,4	34,0
64,4	0,21	40,5	56,5	61,0
50,0	0,53	52,7	58,2	48,6
22,3	0,13	20,8	25,6	22,6
3,1	0,18	14,0	10,3	8,0
41,7	0,19	27,0	31,6	45,6
63,8	0,22	14,3	59,2	66,3
50,1	0,29	47,5	48,9	76,0
57,0	0,19	54,0	58,0	61,7
20,6	0,22	16,1	26,7	22,5
74,5	0,49	57,5	61,2	76,0
63,0	0,32	37,8	47,5	59,0

Dane w wierszach

25.1,40.0,32.1,16.9,32.1,64.4,50.0,22.3,3.1,41.7,63.8,50.1,57.0,20.6,74.5,63.0
0.20,0.11,0.17,0.12,0.36,0.21,0.53,0.13,0.18,0.19,0.22,0.29,0.19,0.22,0.49,0.32
14.4,20.1,24.1,11.1,16.3,40.5,52.7,20.8,14.0,27.0,14.3,47.5,54.0,16.1,57.5,37.8
14.3,28.2,29.1,15.5,24.4,56.5,58.2,25.6,10.3,31.6,59.2,48.9,58.0,26.7,61.2,47.5
25.8,39.0,40.6,15.0,34.0,61.0,48.6,22.6,8.0,45.6,66.3,76.0,61.7,22.5,76.0,59.0

http://cieciura.net/mp/dane/lz14.txt